

# Filtration

Daniel Bomze W05

Paul Gauss W12

Paul Kautny W20

**13.01.2010**

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Praktischer Teil</b>	<b>3</b>
2.1	Durchführung . . . . .	3
2.2	Parameter der Filtration . . . . .	4
2.3	Fließbild . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
3.1	Bestimmung von $\alpha$ und $\beta$ . . . . .	5
3.2	Berechnung der Filtrationszeit . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung &amp; Diskussion</b>	<b>8</b>
4.1	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	8
4.2	Vergleich der berechneten und gemessenen Filtrationszeiten . . . . .	8
4.3	Fehlerbetrachtung . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>10</b>
5.1	Symbolverzeichnis . . . . .	10

## 1 Aufgabenstellung

Es sollten die spezifischen Kennzahlen Filterkuchenwiderstand und Filtermittelwiderstand ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) bei der Filtration einer Kieselgursuspension mit Hilfe einer Rahmenfilterpresse ermittelt werden.  $\alpha$  und  $\beta$  sollten an Hand der linearisierten Carman'schen Filtergleichung berechnet werden.

Außerdem war die Gesamtfiltrationszeit und die Zeitdauer der Filtrationsphase bei konstantem Volumenstrom bis zum Maximaldruck zu berechnen.

## 2 Praktischer Teil

### 2.1 Durchführung

Verwendet wurde eine Rahmenfilterpresse mit einem Cellulosevlies, welche von einem Trübetrog mit Paddelrührwerk über eine Kolbenmembranpumpe gespeist wurde. Um die Fläche von  $0,16 \text{ m}^2$  zu erreichen wurde der Filterrahmen mit Sperrplatten aus Gummi abgedichtet, sodass nur eine Seite desselbigen durchströmt wurde. Das verwendete Vlies war noch feucht und musste daher nicht konditioniert werden.

Die Volumenstrommessung erfolgte sowohl über ein Rotameter, als auch mit Hilfe eines induktiven Durchflussmessers. Der Druck wurde über ein mechanisches Manometer und eine kapazitative Druckmessdose gemessen. Über das Datenerfassungsprogramm *Laptech Notebook Pro* wurden die Messwerte des induktiven Durchflussmessers und der kapazitiven Druckmessdose aufgezeichnet und gespeichert, zur Sicherheit wurden die Messdaten auch manuell alle 2 Minuten erfasst. Es wurden  $0,5 \text{ m}^3$  Trübe hergestellt, indem 1 kg Kieselgur in 500 L Wasser suspendiert wurden.

nachdem die Anlage auf ihre Dichtigkeit geprüft worden ist, wurde die Datenaufzeichnung gestartet und der Volumenstrom auf 500 L/h mit Hilfe einer stufenlosen Potentiometerschraube konstant gehalten, bis der Solldruck von 3 at (=2,942 Bar) erreicht wurde. Es konnte kein Trüblauf beobachtet werden. Anschließend wurde der Druck konstant gehalten und der Filtratsvolumenstrom nahm sukzessive ab.

Als fast die gesamte Trübe filtriert war, wurde der Versuch abgebrochen, damit das System nicht trocken läuft. Die Datenerfassung wurde beendet und die Daten auf einer Diskette gespeichert. Anschließend wurde die Presse entleert, zerlegt und der Filterkuchen entsorgt. Sämtliche Teile wurden gereinigt und in ihrem vorgefundenen Zustand zurückgelassen.

## 2.2 Parameter der Filtration

Filterfläche:	0,16 m <sup>2</sup>
Filtermaterial:	Cellulosevlies
Filtratsvolumenstrom:	500 L/h
Maximaldruck:	3 at
Diskontinuierliche Phase der Suspension:	Kieselgur Filter Cel E
Kontinuierliche Phase:	Wasser
Suspensionsfeststoffkonzentration:	2 kg/m <sup>3</sup>
Dynamische Viskosität der Suspension:	$\mu = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$

Tabelle 1: Vorgegebene Parameter der Filtration

## 2.3 Fließbild

Abbildung 1 zeigt das Fließbild der verwendeten Apparatur.

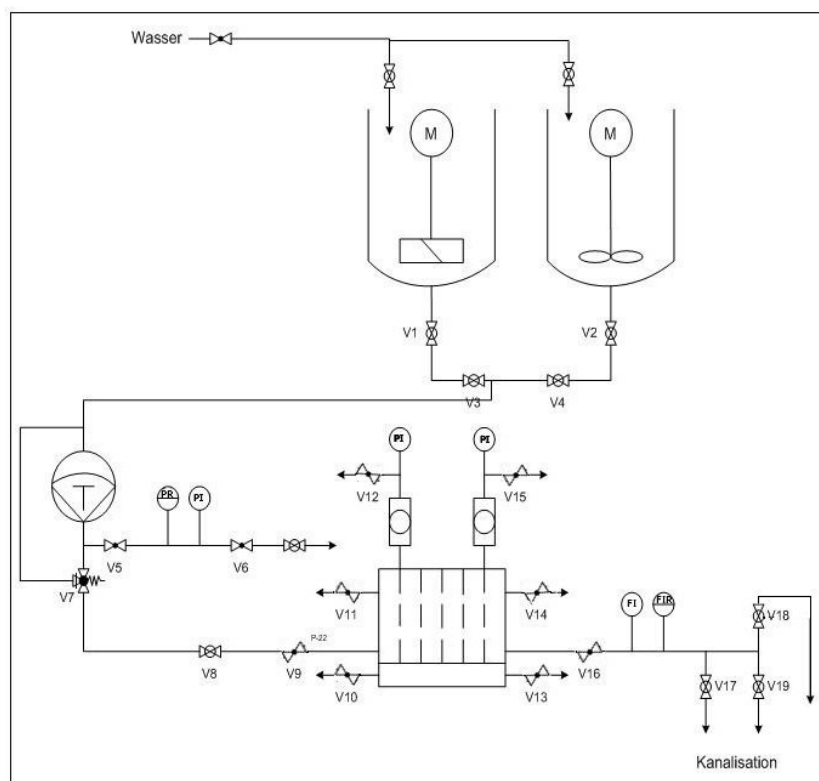


Abbildung 1: Fließbild der verwendeten Filterapparatur

### 3 Auswertung

#### 3.1 Bestimmung von $\alpha$ und $\beta$

Durch Linearisierung der Carman'schen Gesetzes

$$\dot{V} = \frac{\Delta p(t) \cdot A}{\alpha \cdot \mu \cdot w \cdot \left(\frac{V(t)}{A}\right) + \mu \cdot \beta}$$

erhält man:

$$\Delta p = \frac{\alpha \cdot \mu \cdot w \cdot \dot{V}}{A^2} \cdot t + \frac{\beta \cdot \mu \cdot \dot{V}}{A}$$

Trägt man nun den Druckabfall bei konstantem Filtratstrom gegen die Zeit auf, so kann man aus der Geradensteigung  $\alpha$  und aus dem Ordinatenabschnitt  $\beta$  bestimmen.

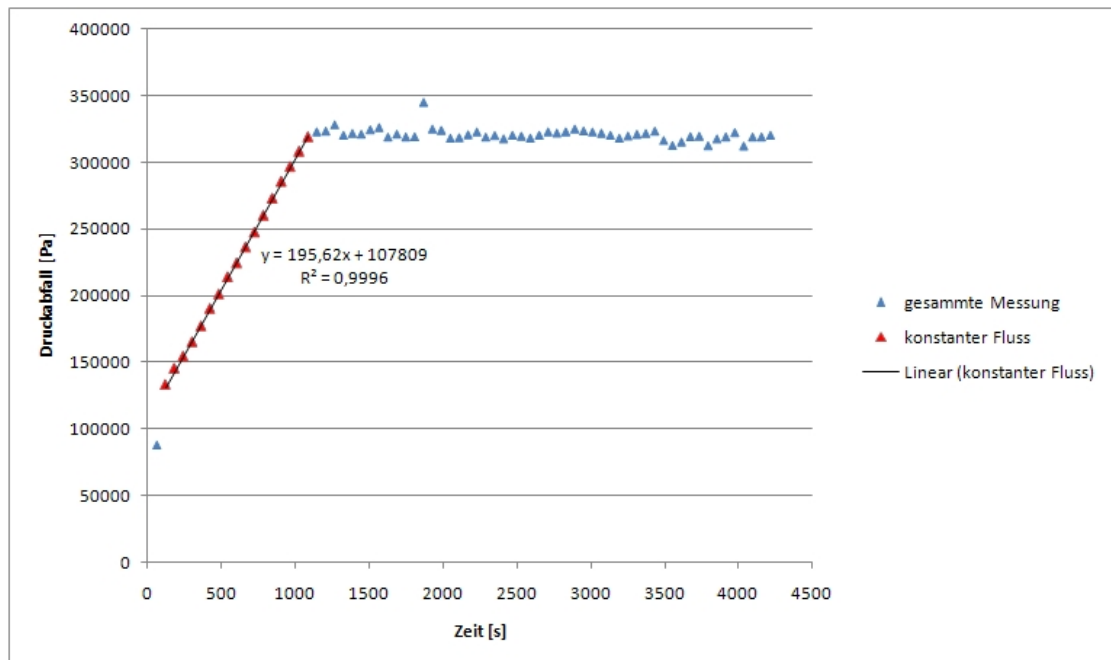


Abbildung 2: Der Druckabfall ( $\Delta p$ ) während d. Filtration in Abhängigkeit von d. Zeit  $t$

Für  $\alpha$  erhält man daraus

$$\alpha = k \cdot \frac{A^2}{\mu \cdot w \cdot \dot{V}^2}$$

und es ergibt sich  $\alpha = 9,45 \cdot 10^{10} \frac{m}{kg}$ .

Eine Dimensionsanalyse zeigt, dass  $\alpha$  tatsächlich die Einheit  $\frac{m}{kg}$  hat.

$$\alpha = \frac{\left[\frac{kg}{m \cdot s^3}\right] \cdot [m^2]^2}{\left[\frac{kg}{m \cdot s}\right] \cdot \left[\frac{kg}{m^3}\right] \cdot \left[\frac{m^3}{s}\right]^2} = \left[\frac{m}{kg}\right]$$

Für  $\beta$  erhält man daraus

$$\beta = d \cdot \frac{A}{\mu \cdot \dot{V}}$$

und es ergibt sich  $\beta = 9,30 \cdot 10^{10} \frac{1}{kg}$ .

Eine Dimensionsanalyse zeigt, dass  $\beta$  tatsächlich die Einheit  $\frac{1}{kg}$  hat.

$$\beta = \frac{\left[\frac{kg}{m \cdot s^2}\right] \cdot [m^2]}{\left[\frac{kg}{m \cdot s}\right] \cdot \left[\frac{m^3}{s}\right]} = \left[\frac{1}{kg}\right]$$

### 3.2 Berechnung der Filtrationszeit

Da  $\frac{dV_{Fl}}{dt} = \dot{V}_{Fl} = const.$  gilt und der dadurch entstehende maximale Filtrationsdruck  $\Delta p_{max}$  bekannt ist lässt sich das erreichbare Filtratvolumen wie folgt beschreiben

$$\dot{V} \cdot \left( \alpha \cdot \eta \cdot w \cdot \frac{V_{Fl}}{A} + \eta \cdot \beta \right) = \Delta p_{max} \cdot A$$

$$\dot{V} \cdot \eta (\alpha \cdot w \cdot V_{Fl} + \beta \cdot A) = \Delta p_{max} \cdot A^2$$

$$\alpha \cdot w \cdot V_{Fl} + \beta \cdot A = \frac{\Delta p_{max} \cdot A^2}{\dot{V} \cdot \eta}$$

$$V = \frac{\Delta p_{max} \cdot A^2}{\dot{V} \cdot \eta \cdot \alpha \cdot w} - \frac{\beta \cdot A}{\alpha \cdot w}$$

Da gilt  $\dot{V} = \frac{V}{t}$  kommt man durch Dividieren durch den Volumenstrom  $\dot{V}$  auf die Zeit  $t_s$ .

$$t_s = \frac{\Delta p_{max} \cdot A^2}{\alpha \cdot \eta \cdot w \cdot \dot{V}^2} - \frac{\beta \cdot A}{\alpha \cdot w \cdot \dot{V}}$$

Mit den oben bestimmten Werten für  $\alpha$  und  $\beta$  erhält man  $t_s = 1087s$ . Da der Volumenstrom nicht exakt konstant wurde über die Zeitdauer, während der versucht wurde den Strom konstant zu halten gemittelt. Der durchschnittliche Strom betrug 514 l/h.

Die Dimensionsanalyse ergibt:

$$t_s = \frac{\left[\frac{kg}{m \cdot s^2}\right] \cdot [m^2]^2}{\left[\frac{m}{kg}\right] \cdot \left[\frac{kg}{m \cdot s}\right] \cdot \left[\frac{kg}{m^3}\right] \cdot \left[\frac{m^3}{s}\right]^2} - \frac{\left[\frac{1}{m}\right] \cdot [m^2]}{\left[\frac{m}{kg}\right] \cdot \left[\frac{kg}{m^3}\right] \cdot \left[\frac{m^3}{s}\right]} = [s]$$

Man kann nun auch das Filtratsvolumen  $V_s$  berechnen.

$$V_s = \dot{V} \cdot t$$

Dadurch ergibt sich:  $V = 155l$

Um  $t_f$  zu berechnen, muss man zur Zeit  $t_s$  die Zeit addieren, die notwendig ist um bei einer konstanten Druckdifferenz von  $\Delta p$  und abnehmendem Volumenstrom, die restliche Trübe zu filtrieren. Es gilt daher  $\Delta p_{max} = const, \eta = const, \beta = const, \alpha = const, w = const$ . Nur  $V_{Fl}$  und  $t$  sind zeitlich invariant.

$$\begin{aligned} dV_{Fl} \cdot \eta \cdot \left( \frac{\alpha \cdot w \cdot V_{Fl}}{A} + \beta \right) &= A \cdot \Delta p_{max} \cdot dt \\ \eta \cdot \int_{V_s}^{V_f} \left( \frac{\alpha \cdot w \cdot V_{Fl}}{A} + \beta \right) dV_{Fl} &= A \cdot \Delta p_{max} \int_0^t dt \\ \eta \cdot \left[ \left( \frac{\alpha \cdot w \cdot V_f^2}{2A} + \beta \cdot V \right) \Big|_{V_s}^{V_f} \right] &= A \cdot \Delta p_{max} \cdot t \\ \eta \cdot \left[ \frac{\alpha \cdot w}{2A} \cdot (V_f^2 - V_s^2) + \beta \cdot (V_f - V_s) \right] &= A \cdot \Delta p_{max} \cdot t \\ t = \eta \cdot \left[ \frac{\alpha \cdot w}{2A^2 \cdot \Delta p_{max}} \cdot (V_f^2 - V_s^2) + \frac{\beta}{A \cdot \Delta p_{max}} \cdot (V_f - V_s) \right] \end{aligned}$$

Da einerseits die Skalierung im Rührkessel grob und deshalb ein genaues Bestimmen des Anfangsvolumens schwierig war und weiters, etwas Trübe im Rührkessel belassen wurde, um ein Trockenlaufen der Pumpe zu verhindern, wurde das gesamte Filtrationsvolumen nicht durch ablesen an der Skala, sondern durch numerische Integration über den Volumenstrom mit Hilfe der Sehnentrapezformel berechnet. Dadurch ergibt sich ein Filtrationsvolumen von 424 L. Man erhält  $t = 3883s$ .

Die Dimensionsanalyse ergibt:

$$t = \frac{\left[ \frac{m}{kg} \right] \cdot \left[ \frac{kg}{m \cdot s} \right] \cdot \left[ \frac{kg}{m^3} \right]}{\left[ \frac{kg}{m \cdot s^2} \right] \cdot [m^2]^2} \cdot \left( [m^3]^2 - [m^3]^2 \right) + \frac{\left[ \frac{1}{m} \right] \cdot \left[ \frac{kg}{m \cdot s} \right]}{\left[ \frac{kg}{m \cdot s^2} \right] \cdot [m^2]} \cdot \left( [m^3] - [m^3] \right) = [s]$$

Daraus errechnet sich nun, durch Addition von  $t_s$  und  $t$ ,  $t_f$ .

$$t_f = \frac{\Delta p_{max} \cdot A^2}{\alpha \cdot \eta \cdot w \cdot \dot{V}^2} - \frac{\beta \cdot A}{\alpha \cdot w \cdot \dot{V}} + \eta \cdot \left[ \frac{\alpha \cdot w}{2A^2 \cdot \Delta p_{max}} \cdot (V_f^2 - V_s^2) + \frac{\beta}{A \cdot \Delta p_{max}} \cdot (V_f - V_s) \right]$$

Für die Gesamtfiltrationsdauer erhält man also:  $t_f = t_s + t = 4038s$

## 4 Zusammenfassung & Diskussion

### 4.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Zum besseren Überblick wurden noch ein Mal alle Ergebnisse zusammengefasst.

$\alpha$		$9,45 \cdot 10^{10} \frac{m}{kg}$
$\beta$		$9,30 \cdot 10^{10} \frac{l}{m}$
$V_s$		155 L
$t_s$	gemessen	1103 s
$t_s$	berechnet	1087 s
$t_f$	gemessen	4215 s
$t_f$	berechnet	4038 s

Tabelle 2: Zusammenfassung der Ergebnisse

### 4.2 Vergleich der berechneten und gemessenen Filtrationszeiten

Man sieht, dass die berechneten Zeitwerte gut mit den tatsächlich gemessenen gut übereinstimmen. Daraus könnte man schließen, dass die ermittelten Widerstände den tatsächlichen entsprechen und das Modell der Realität sehr nahe kommt. Bei  $t_s$  beträgt die Abweichung nur 16 s. Bei  $t_f$  ist die Abweichung deutlich stärker. Sie beträgt 403 s. Es lässt sich leicht durch Integration über den Volumenstrom, das filtrierte Volumen für jeden Messpunkt, dh. alle 60 s berechnen. Daraus wiederum kann man eine theoretische Filtrationszeit berechnen und die Abweichung vom realen Wert bestimmen. Dies wurde durchgeführt und in Abb. 3 graphisch dargestellt.

Leicht ist zu erkennen, dass die Werte kontinuierlich stärker negativ abweichen. Die Trübe wurde also langsamer filtriert als berechnet. Dies könnte durch eine zunehmende Verstopfung im Filtermittel und/oder eine sich ändernde Durchlässigkeit im Filterkuchen bedingt sein. Vielleicht hat sich dieser nicht vollständig homogen aufgebaut, oder seine Porosität änderte sich im Laufe der Filtration ein wenig. Auffällig ist auch, dass die Abweichung kontinuierlich über den ganzen Filtrationsverlauf bei konstanter Druckdifferenz zunimmt.

Es ist jedoch auch zu beachten, dass der entstandene Fehler im Vergleich zur Gesamtdauer der Filtration eher klein ist. Er beträgt nur 4,4%.



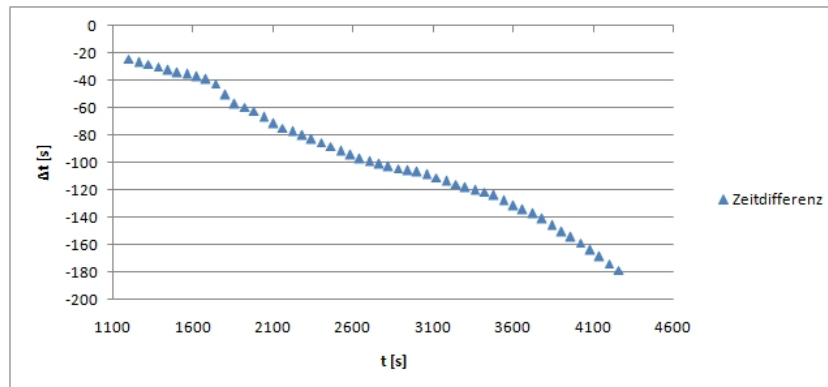


Abbildung 3: Abweichung der berechneten Filtrationszeit von der tatsächlich gemessenen Filtrationsdauer

### 4.3 Fehlerbetrachtung

- **Fehler bei der Einwaage**

Mit der vorhandenen Waage und dem Einwagegefäß konnte die Einwaage nicht ganz exakt durchgeführt werden. Je nach Standort des Behältnisses auf der Waage schwankte der Wert um einige Gramm. Ein exaktes Zentrieren war nicht möglich.

- **Trübe im Rohrsystem**

In der Rohrleitung zwischen Rührkessel und Filter befindet sich stets eine gewisse Menge an Trübe, die nicht bestimmt werden konnte. Es muss berücksichtigt werden, dass der Feststoffgehalt der, in der Rohrleitung verbliebenen Trübe, eventuell mit dem Feststoffgehalt der hier verwendeten Suspension nicht übereinstimmt.

- **Volumbestimmung im Rührkessel**

Da der Rührkessel nur eine grobe Skalierung (50 L) hatte, war es nicht möglich exakt 500 L in den Kessel einzufüllen. Der Feststoffgehalt kann dadurch in beide Richtungen abweichen

- **Schwankungen konstanter Parameter**

Es gelang durch manuelle Regelung diejenigen Parameter, die es während der Messung konstant zu halten galt, weitgehend konstant zu halten. Der Durchfluss, während der Messung bei konstantem Durchfluss, schwankte um  $\pm 1,5\%$ . Während der Messung bei maximalem Druckabfall, schwankte der Druckabfall um  $\pm 3,5\%$ . Es liegt, auch wegen der guten Geradenübereinstimmung im Druckabfall-Zeit-Diagramm, die Vermutung nahe, dass dies keinen signifikanten Fehler im Modell verursacht hat.

## 5 Anhang

### 5.1 Symbolverzeichnis

$\dot{V}$	...	Volumenstrom	$[m^3/h]$
A	...	Filterfläche	$[m^2]$
$\Delta p(t)$	...	Druckabfall in Abhängigkeit von der Zeit	[Pa]
$\Delta p_{max}$	...	Maximaler Druckabfall	[Pa]
$\alpha$	...	mittlerer, spezifischer Kuchenwiderstand	$[mkg^{-1}]$
$\beta$	...	Widerstand des Filtermittels	$[m^{-1}]$
$\eta$	...	dynamische Viskosität des Filtrats	$[kgm^{-1}s^{-1}]$
t	...	Filtrationszeit	[s]
$t_s$	...	Filtrationszeit bis zum Erreichen des maximalen Druckabfalls	[s]
$t_f$	...	Gesamtfiltrationszeit	[s]
w	...	Feststoffgehalt	$[kgm^{-3}]$
V	...	Filtratvolumen	$[m^3]$
$V_f$	...	Gesamtfiltratvolumen	$[m^3]$
$V_s$	...	Filtratvolumen bis zum Erreichen des maximalen Druckabfalls	[s]
k	...	Steigung der Geraden im $(\Delta p, t)$ -Diagramm	$[Pa \cdot s^{-1}]$
d	...	Ordinatenabstand der Geraden im $(\Delta p, t)$ -Diagramm	[Pa]

Tabelle 3: Symbolverzeichnis

### Abbildungsverzeichnis

1	Fließbild der verwendeten Filterapparatur . . . . .	4
2	Der Druckabfall ( $\Delta p$ ) während der Filtration in Abhängigkeit von der Zeit $t$	5
3	Abweichung der berechneten Filtrationszeit von der tatsächlich gemessenen Filtrationsdauer . . . . .	9

### Tabellenverzeichnis

1	Vorgegebene Parameter der Filtration . . . . .	4
2	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	8
3	Symbolverzeichnis . . . . .	10